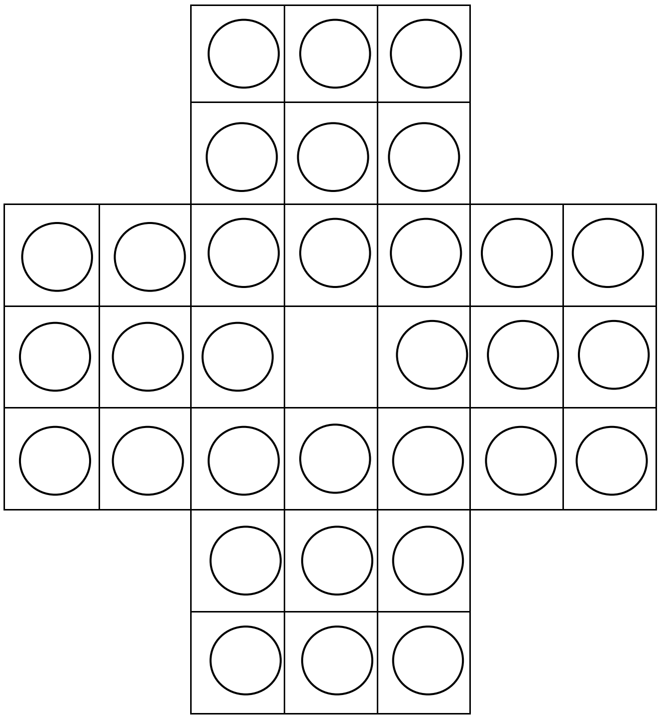
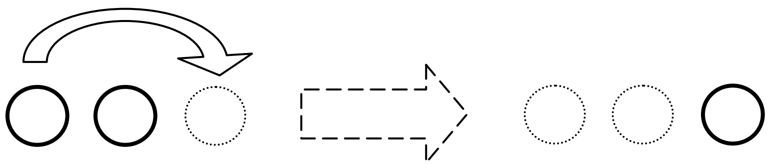
Ok《獨立鑽石》

有玩過「獨立鑽石」這個遊戲嗎？它是由一名法國貴族囚犯於二百多年前在監獄裏百無聊賴時想出來的：



這是一個獨自玩的遊戲，棋盤如上，每行小格 7 個，共有 33 個小格，每格放下 1 棋，只在中央留下空格。玩法如跳棋，棋子可以水平或垂直地跳過附近的 1 枚棋子，放在該棋子後面的空格上，而被跳過的棋子便移離棋盤：



左方的棋子跳過中間落在右方，中間的棋子被吃。

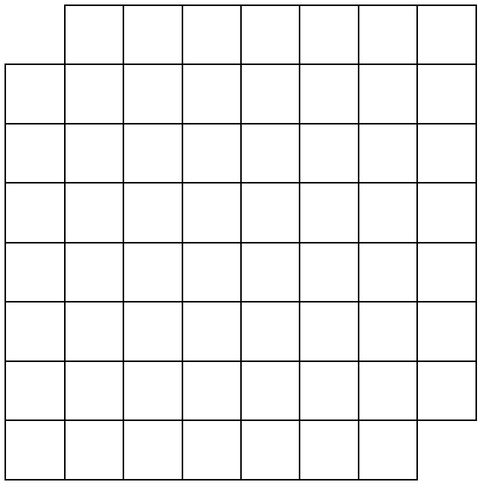
所以，棋子後必要有空的才可跳過。

最後餘下越少棋子越好。西方如此評定優劣：
餘下棋子---5 隻，「頗好」；4 隻，「很好」；3 隻，「聰明」；2 隻，「尖子」；1 隻，「大師」；而既餘下 1 隻，又在正中央，則為「天才」。

每次玩這遊戲，我也會想：用這個方法跳棋，難道不同數量的棋子、不同的擺放方法、不同的棋盤，也能剛好「吃」餘一枚棋子嗎？

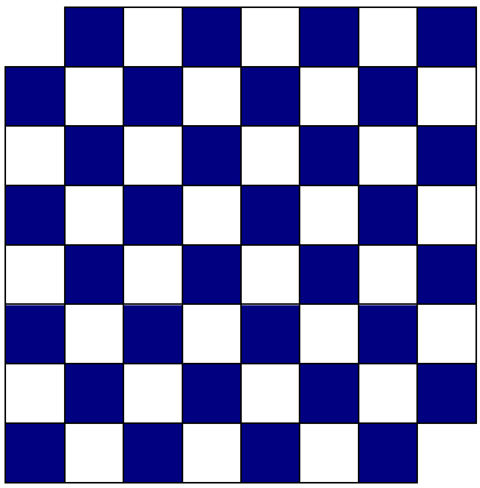
後來，數學班的老師問了我們一個這樣的問題：

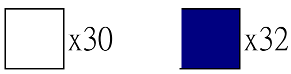
一個 8x8 的棋盤，去掉最左上角及最右下角的 1 格，可以用 2x1 的長方塊完全填滿棋盤嗎？



2x1 的長方塊

我們試了幾次也不成功。這時，老師亦告訴我們，答案的確是「不可能」，然後證明給我們看：首先，把棋盤一格一格地填上顏色，如下圖：





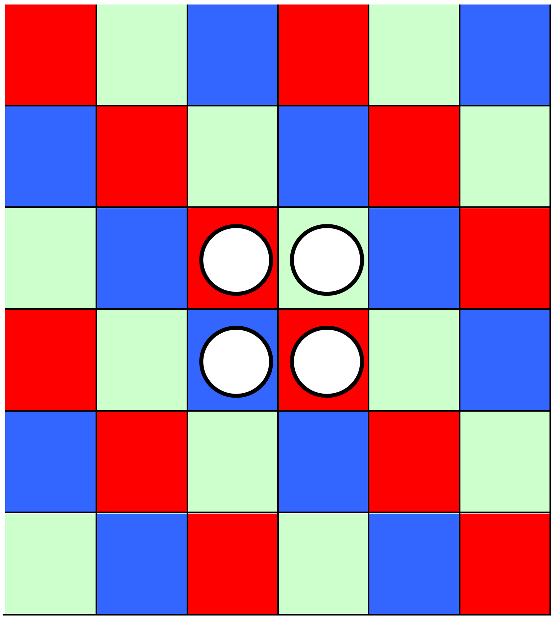
一個 2x1 的長方塊無論放在哪位置，必然佔有藍色及白色各 1 格。在這個棋盤上，白色有 30 格，可是藍色卻有 32 格，比白色多出兩格，可見 2x1 的長方塊不能完全填滿這個棋盤。

這個「填顏色」方法，可以協助追蹤棋盤上每一格的「狀態」，有助釐清我們的思緒。那麼，這個方法套用在「獨立鑽石」上，不知又會否看出些甚麼端倪呢？

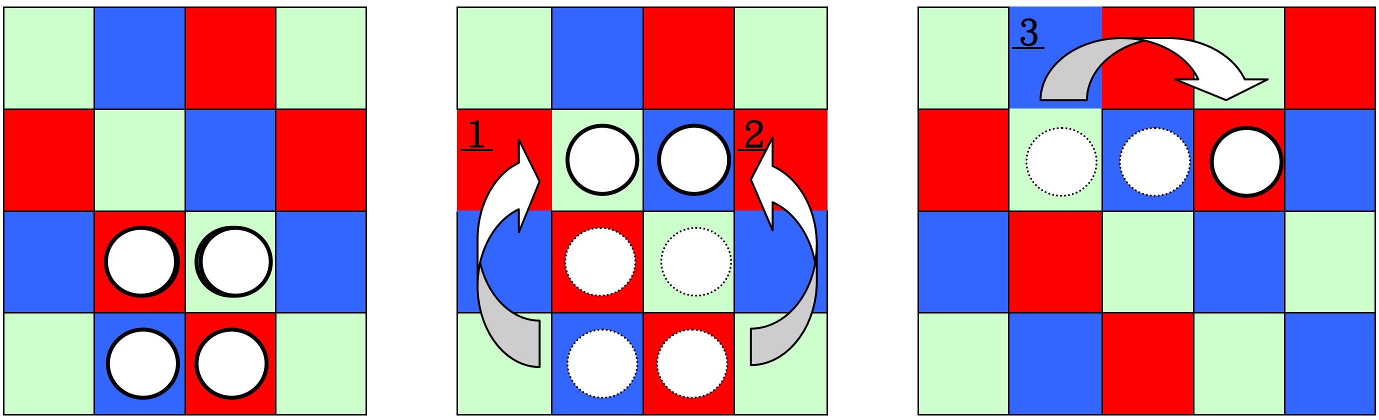
這次可不是只填兩種顏色。由於每一跳步也會影響三格的狀況（格子內擁有棋子→沒有棋子，或沒有棋子→擁有棋子），因此我把格子輪流填上三種顏色——藍色、紅色及綠色，而棋盤的直行及橫行上也不會出現顏色連續相同的格子。

我先試這樣的情況：

棋盤：無限大　　　　　棋子排列方式：2x2



四枚棋子，很輕易便「吃」餘一枚，以下是其中一個方法：



最初擁有棋子的：藍色格子數目為 1；紅色格子數目為 2；綠色格子數目為 1 。我們設這三種格子數目分別為 B、R、G。

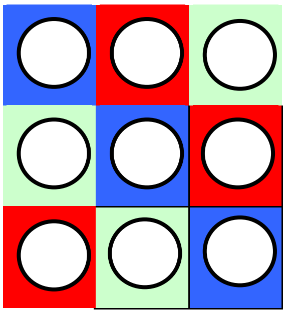
跳棋的經過：

第一步後：B 0 R 1 G 2　　第二步後：B 1 R 0 G 1

第三步後：B 0 R 1 G 0

那麼 3x3，4x4，5x5……的排放方式呢？逐一嘗試，發現 4x4、5x5 均可以「吃」得只餘下一枚，可是 3x3 的卻好像不能，爲什麼？

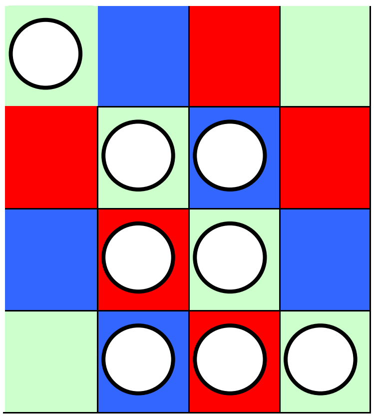
我回頭檢查 2x2 排列方式時顏色格子數目的變化，發現了：
每一跳步均會使一種顏色格子的數量加 1 ，另外兩種顏色格子的數量減 1 。



仔細留意，會發現以 3x3 方式來排列棋子，無論怎麼跳棋，B、R、G 的奇偶性總是相同，不是同爲奇數，便是同爲偶數。這是由於最初顏色格數目爲

B 3 R 3 G 3 ，數目相等，因此在「某色格數加 1 ，另兩色格數會減 1 」的情況下，奇偶性不可能不同，因此自然不會「吃」得只餘一枚棋子了！

由此可見，以 6x6, 9x9, 12x12 等邊長爲 3 的倍數的棋子擺放方式，由於 B、R、G 相等，因此亦無法只餘下一枚棋子。再推想一下，便可一眼看出下圖亦無法「吃」得餘下一枚棋子：

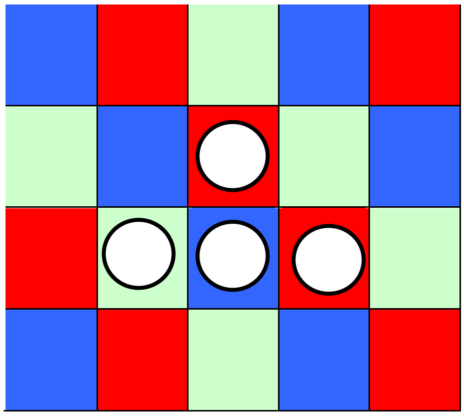


B 2 R 2 G 4

在此圖上，雖然 B、R、G 並不相等，但由於它們的奇偶性相同（同爲偶數），因此無論走多少步，奇偶性仍然一樣，道理同上。

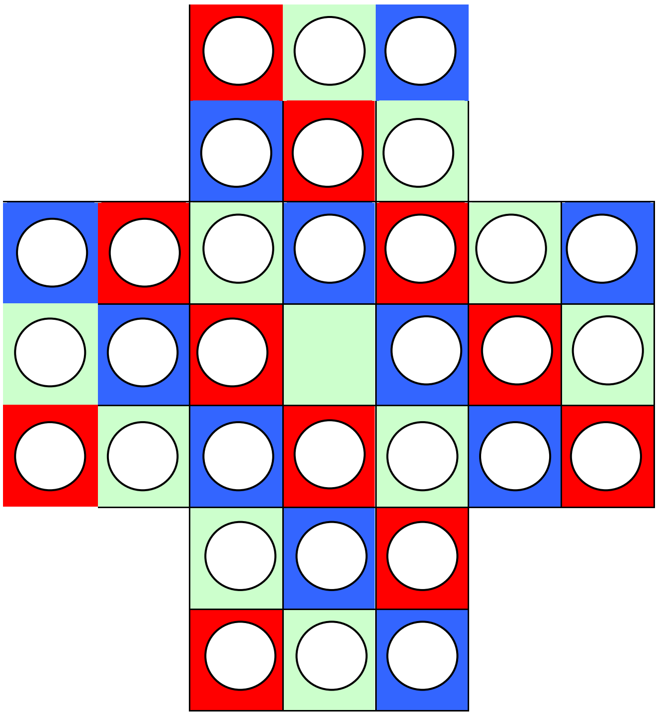
因此，無論遇到甚麼類型的棋子擺放方式，只要數一數 B、R、G，若然它們同爲偶數或奇數，那麼便必然不能「吃」餘一枚棋子！

當然，即使 B、R、G 奇偶性並不相同，也不一定可以成功餘下一枚棋子，如下圖：



雖然它的顏色格數目跟最初 2x2 的相同（B = 1，R = 2，G =1），但最多只可「吃」走一枚棋子。爲什麼？這便關係到棋子的擺放方式了。

另外，剛才考慮的只是無限大的棋盤，那麼有棋盤限制的，又有沒有甚麼取巧法則可以看出來呢？



這個問題，至今我仍未想出所然來。完整版的「獨立鑽石」走過第一步後（第一步可謂「固定」的，因爲這個十字架棋盤具有四重旋轉性質，從上、下、左或右方向來「吃」第一步棋，對顏色格數目的影響也相同），接下來可選擇的路線太多，難以一一嘗試，看出規律。你又有沒有興趣試試挑戰一下呢？